

Шифр: А-35

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап

по математике

2018/2019

Ленинградская область

Район Всеволожский

Школа МОУ "Лицей №1" г. Всеволожска

Класс 9

ФИО Мамалов Илья

Александрович

1	2	3	4	5	Σ
7	4	X	X	0	11

9.2 1) Отметим на числовой прямой числа, которые удовлетворяют хотя бы одному из первых 10 условий и число, которое удовлетворяет хотя бы одному из вторых 10 условий



2) Заметим, что есть 8 чисел, удовлетворяющих условиям из обеих групп.

3) 8 рыцарей задумают эти числа (каждый свое). Тогда они смогут сказать 10 фраз из условий.

4) Если у нас будет 9-ый рыцарь, то какое бы число он не задумал, он сможет сказать не более 19 фраз. Все фразы от чисел с двумя условиями уже сказаны.

Но тогда Противоречие!!! Ведь по условию, каждый сможет сказать 2 фразы.

5) Тогда у нас не более 8 рыцарей

Проверка:

рыцари: 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9

змеи: 1; 10

12223, 2324, 5246, 4628, 5629, 62728,

17179

10 > 10 > 10

77879, 829210.

т.к. змея

т.к. змея

Итого: 10 фраз \Rightarrow рыцарей не более 8.

Ответ: 8.

~ 9.1

$$\exists f(x) = x^2 + bx + c, \text{ где } b^2 > 4c \quad \exists x_1, x_2 - \text{корни } f(x)$$

$$\exists g(x) = x^2 + mx + n, \text{ где } m^2 > 4n \quad \exists x_3, x_4 - \text{корни } g(x)$$

$$\begin{cases} b+c = 3+2m+n \\ 3+2b+c = m+n \end{cases} \begin{cases} b+3 = -3-m \quad (*) \\ b+c = 3+2m+n \end{cases}$$

$$(*) \quad b+3 = -m-3$$

$$b+m = -6$$

~~$$x_1 x_2 = x_3 x_4 = 8$$~~

~~$$x_1 x_2 + x_3 x_4 = 8$$~~

$$-b - m = 0$$

$$\frac{(x_1+x_2)}{1} + \frac{(x_3+x_4)}{1} = 0$$

$$x_1+x_2+x_3+x_4 = 0$$

Ответ: 0.

~ 9.5

~~4 2 раз можно записать комбинации~~

~~м.е. 1000? 2 раз мотт.~~

где: fee стороны мотт = Ответ.

6	7	8	9	10	Σ
7	7	2	X	0	16

~ 9.6

Даны числа $a-1; a; a+1; a+2$, где $\begin{cases} a \in \mathbb{N} \\ a > 101 \end{cases}$

1) Если $a : 2$, т. е. $a = 2k$, то

$$(a-1) + a + (a+1) = 3a = 3 \cdot 2k = 3 \cdot 2 \cdot k$$

$$3 \neq 2 \quad k \geq \left[\frac{101}{2} \right] \neq 2; 3 \quad \begin{cases} 3 \neq 2 \neq k \\ 3; 2; k > 1 \end{cases}$$

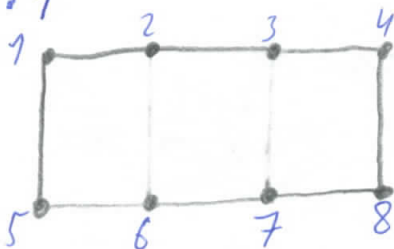
2) Если $a \not\vdots 2$, т. е. $a = 2k-1$, то

$$a + (a+1) + (a+2) = (3a+3) = 3(a+1) = 3(2k-1+1) = 3 \cdot 2k = 3 \cdot 2 \cdot k$$

$\begin{cases} 3 \neq 2 \neq k \\ 3; 2; k > 1 \end{cases}$ аналогично 1)

Из 1) и 2) следует, что такую сумму всегда можно свернуть.

~ 9.7



Выпишем все прямые линии, которые можно положить на этом столе с вершинами только в отмеченных 8-ми точках, как набор 4х 4 чисел - номеров точек, в которых лежат вершины

$(\underline{1}, \underline{2}, \underline{0}, \underline{5}), (\underline{2}, \underline{3}, \underline{7}, \underline{6}), (\underline{3}, \underline{4}, \underline{8}, \underline{7}), (\underline{1}, \underline{3}, \underline{7}, \underline{5}), (\underline{2}, \underline{4}, \underline{8}, \underline{8}),$

$(\underline{1}, \underline{4}, \underline{8}, \underline{5})$

Можно увидеть, что каждая точка является вершиной в 3х прямоугольниках, и нет прямоугольников с вершинами в одной и той же точке \Rightarrow да, это возможно.

Ответ: возможно.

~9. 10

I. Намб. возможное произведение a^2 , а остальные равны 0. Докажем, что в таком случае число a не менее 51.

1) Если число a не больше 50, то Вася, играя оптимально эффективно, перемножит на 0 и получит 0 в ответе.

2) Если число a хотя бы 51, то Петя не более 49, тогда Вася может выписать не более 49 нулевых произведений, у него останется не менее 2 числа a^2 и он выпишет в ответ a^2 . 2-ю.

II. Т.к. ненулевых чисел кроме a нет, то

$$1 = a \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \cdot n, \text{ где } n \text{ — кол-во чисел } a$$

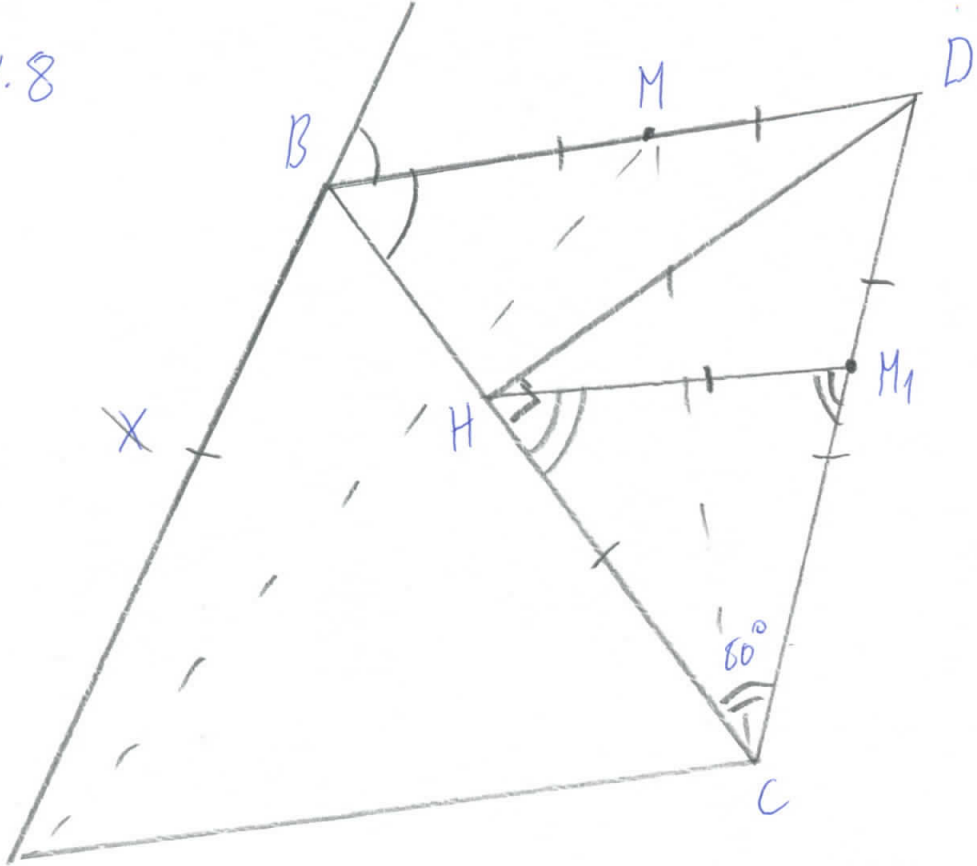
$$1 = a \cdot n = \frac{1}{n} \cdot n \Rightarrow a = \frac{1}{n}, \text{ т.к. } \frac{1}{51} > \frac{1}{52} > \frac{1}{53} \Rightarrow \max a^2 = \left(\frac{1}{51}\right)^2 = \frac{1}{2601}.$$

Ответ: $\frac{1}{2601}$

№ 9.8

A-35

Условие



M_1 - середина DC

1) BH - высота в $\triangle BDC$

2) $\triangle DHC$ ($\angle H = 90^\circ$)

$\angle D = 90^\circ - \angle C = 30^\circ \Rightarrow HC = \frac{1}{2} DC = M_1C$ по св-ву прямоугольного \triangle -ка
 HM_1 - медиана $\Rightarrow HM_1 = \frac{1}{2} DC = M_1C$ по св-ву прямоугольного \triangle -ка

3) ~~$\triangle HMC$~~

$\triangle HM_1C$

$HC = M_1C$
 $HM_1 = M_1C$ $\Rightarrow HC = HM_1 = M_1C \Rightarrow \triangle HM_1C$ - равносторонний.

Тогда $\angle HCM_1 = \angle M_1HC = \angle HM_1C = 60^\circ$.

